

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

19. veljače 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = e^{\sin(\ln x)}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{e^{\sin(\ln x)} \cdot \cos x}{x}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x \ln x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^4 ((x-2)^3 - 1) dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt[4]{4x^3+3y^2}}$ oko $(x_0, y_0) = (1, -2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.01$ i $\Delta y = 0.03$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = -x^2 - 4x$ i $y = x^2 + x + 2$. Slika!
(4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \sin(xy') + 1 = y \quad (b) y \ln x + x^3 = y'$$

$$(c) 3xy = y' \tan x^3 \quad (d) \sqrt{xy} + y' = e^x.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

19. veljače 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sqrt{8 + \cos x}} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \sqrt{9 - x^2 - y^2} dx dy$$

ako je S područje omeđeno krivuljama $y = x$, $x = 0$ i $x^2 + y^2 = 9$.
(5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_0^{4+y^2} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{y}{\sqrt{x}}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \sin 2 + 3^{1 - \frac{3}{2}x^2 - 2y^2}.$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = 4x - 2xy.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y'(1) = -2$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 2y' - 3y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}.$$

(4 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 1$ i $y'(0) = 1$. (4 boda)